Glava 1

Uvod

Ključni pojmovi:

> Model, zakon, teorija, fizička veličina, značajne i sigurne cifre, red veličine, dimenzija fizičke veličine, vektori, pomeraj, komponente vektora, jedinični vektor, skalarni proizvod vektora, vektorski proizvod vektora.

Zadatak fizike je da objasni svet u kome živimo. Pri tom se, na bazi rezultata posmatranja i merenja formulišu osnovni zakoni kojima se opisuju prirodne pojave. Zakoni se nakon toga koriste za razvijanje odgovarajućih teorija[1] koje mogu da predvide rezultate budućih eksperimenata. Zakoni koji se koriste pri razvoju teorija izražavaju se jezikom matematike čime se uspostavlja veza između teorije i eksperimenata.

Tokom razvoja fizike bilo je formulisano više različitih teorija. Pokazalo se da, kada se pojavi razlika između teorijskih predviđanja i rezultata eksperimenata, postaje neophodno formulisanje nove teorije. Tako, na primer, Njutnovi[2] zakoni kretanja iz 17. veka dobro opisuju kretanje tela koja se ne kreću velikim brzinama ali daju loše rezultate ako se primene na tela koja se kreću brzinama bliskim brzini svetlosti. Nasuprot tome, Ajnštajnova[3]

[1] Termin teorija u nauci ima sasvim određen smisao i ne može se pripisati svakoj ideji do koje je neko došao slučajno a nije je ni na koji način dokazao niti zasnovao. Naučna teorija naime objašnjava prirodne fenomene na osnovu posmatranja i prihvaćenih fundamentalnih principa. Primer jedne dobro zasnovane teorije je teorija biološke evolucije koja je rezultat posmatranja i istraživanja generacija biologa. Suprotan primer je *"teorija" zavere* koja ne spada u naučne teorije.

[2] Isak Njutn (1642-1727).

[3] Albert Ajnštajn (1879-1955).

Specijalna teorija relativnosti, formulisana početkom 20. veka primenljiva je za sve brzine a za male brzine daje iste rezultate kao i Njutnova teorija. Stoga je Ajnštajnova teorija opštija teorija kretanja.

Klasična fizika (pod kojom se podrazumeva fizika razvijena do 20. veka) uključuje teorije, koncepte, zakone i eksperimente u klasičoj mehanici, termodinamici i elektromagnetizmu.[4] Važan doprinos klasičnoj fizici dao je Njutn, koji je razvio klasičnu mehaniku kao sistematsku teoriju i bio jedan od začetnika diferencijalnog računa – matematičkog aparata koji mu je bio za to neophodan. Razvoj klasične mehanike nastavljen je u 18. veku, dok su termodinamika i elektromagnetizam razvijeni krajem 19. veka, u najvećoj meri zato što do tog vremena instrumenti kojim bi bila vršena dovoljno precizna merenja ili nisu postojali ili su bili previše grubi.

Nova era fizike, *moderna fizika*, počela je krajem 19. veka. Moderna fizika razvila se uglavnom otkrivanjem raznih fizičkih fenomena koje nije mogla da objasni klasična fizika. Dva najvažnija dostignuća moderne fizike su Ajnštajnova teorija relativnosti i kvantna mehanika. Ajnštajnova teorija predstavlja revoluciju u poimanju prostora, vremena i energije – koncepata uvedenih još u klasičnoj fizici.

1.1 Modeli, teorije, zakoni

Zakoni prirode predstavljaju koncizan opis sveta u kome živimo – to su naši iskazi pravila po kojima se odvijaju procesi u prirodi. Ti zakoni su sadržani u samom univerzumu, tj. ljudi ih ne stvaraju niti mogu da ih promene. Možemo samo da ih otkrijemo i razumemo. Istorija razvoja naše civilizacije nas uči da je otkrivanje (bolje reći utvrđivanje) zakona zahtevalo velike napore istraživača i da je uvek bilo praćeno elementima misterije, mašte, borbe, trijumfa i razočarenja kao i svaka ljudska kreativna aktivnost. Kamen temeljac otkrića zakona prirode je posmatranje jer nauka treba da opiše univerzum onakvog kakav je a ne onakvog kako ga zamišljamo.

Ljudi su po svojoj prirodi radoznala bića. Posmatramo svet u kome se nalazimo, uočavamo pojave i vršimo njihova uopštenja u pokušaju da razumemo ono što vidimo – npr. nakon izvesnog vremena lako je razlikovati kišne od drugih oblaka. Sem radoznalosti postoje dakle i sasvim praktični razlozi zbog kojih proučavamo prirodu.

[4]Granice važenja klasične fizike, tj. oblast u kojoj njena primena daje dobre rezultate, su sledeće: brzine tela su manje od 1% brzine svetlosti, tela su dovoljno velika (vidljiva (optičkim) mikroskopom) a gravitaciona polja su dovoljno slaba (slična gravitacionom polju Zemlje).

Ozbiljniji pristup istraživanju zahteva bolju organizaciju u prikupljanju podataka i njihovoj analizi. Teži se merenjima što veće preciznosti kako bi i zaključci bili pouzdaniji. Ukoliko pratimo meteorološke promene neophodno je u dužem periodu precizno meriti pritisak vazduha, njegovu temperaturu, brzinu vetra ... Sledeći korak u proučavanju je osmišljavanje i realizacija prirodnih pojava u kontrolisanim uslovima − vršenje eksperimenata uz zapisivanje ideja o tome kako podaci dobijeni u njima mogu da se organizuju, objasne i uopšte.

Na bazi prikupljenih podataka i njihove analize formulišu se **modeli**, **teorije** i **zakoni**.

Reč model se upotrebljava veoma često u fizici. Ovaj termin se sreće i u svakodnevnoj komunikaciji gde označava uglavnom umanjenu repliku realnog predmeta (npr. model automobila) ali takođe i osobu koja prikazuje odeću modnih kuća. U fizici **model** predstavlja uprošćenu verziju fizičkog sistema. Model se pravi ili zato što je sistem previše komplikovan da bi bio uspešno analiziran u detaljima onakav kakav jeste ili se radi o sistemu koji je teško (ili nemoguće) posmatrati direktno.

Pretpostavimo da želimo da analiziramo kretanje teniske loptice kroz vazduh nakon udarca reketom. Loptica nije potpuno sferna niti je potpuno kruta, sem toga rotira oko svoje ose prilikom leta kroz vazduh. Vetar i otpor vazduha utiču na njeno kretanje, Zemlja rotira i "izmiče se" ispod nje, Zemljina teža varira sa visinom jer se menja rastojanje između centra loptice i centra Zemlje itd. Ukoliko bi se svi ovi efekti uzeli u obzir onda bi analiza kretanja loptice bila previše komplikovana. Stoga je praktičnije posmatrati uprošćeniju verziju kretanja. Obično se zanemaruje veličina i oblik lopte i ona zamenjuje tačkastim objektom, odnosno **česticom** ili **materijalnom tačkom**. Takođe se zanemaruju i otpor vazduha (smatra da se lopta kreće u vakuumu), rotacija Zemlje, i smatra se da je teža jednaka sve vreme kretanja loptice. Nakon ovako uvedenih pretpostavki, opisivanje kretanja loptice je mnogo jednostavnije.[5]

Pri konstrukciji modela posmatranog sistema, zadržavaju se dominantne karakteristike sistema a odbacuju one koje imaju minoran uticaj. Pri tome, ne sme se preterati u zanemarivanju karakteristika sistema. Ukoliko u prethodnom primeru zanemarimo uticaj gravitacije potpuno (umesto da se zanemari samo njena promena sa visinom) model bi kao rezultat davao da će se loptica kretati po pravoj liniji i napustiti Zemlju. Drugim rečima pri konstrukciji modela treba imati osećaj za svaku odbačenu karakteristiku kako bi

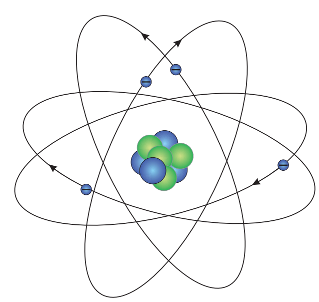
[5] Ovaj problem, prikazan preko modela čestice koja se kreće na opisan način biće rešen detaljno u trećoj glavi knjige.

Slika 1.1: Različiti pristup posmatranju konja - od realne slike do predstavljanja konja materijalnom tačkom.

dobijeni model predstavljao, sa jedne strane, dovoljno uprošćenu realnost i bio operativan a kako bi sa druge strane zadržao sve njegove suštinske karakteristike. Ovako opisani (kvalitativni) zahtevi mogu se iskazati i numerički, odnosno kvantifikovati o čemu će biti reči kada se uvede pojam reda veličine.

Validnost predviđanja konstruisanog modela ograničena je validnošću samog modela. Tako Galilejeva predviđanja da sva tela padaju sa jednakim ubrzanjem u blizini površine Zemlje, odgovaraju modelu u koji nije uključen otpor vazduha. Takav model daje dobra predviđanja za kretanje kugli ali ne i za kretanje pera koje ima neregularan oblik i na koji otpor vazduha utiče na netrivijalan način.

Primer modela koji se odnosi na sistem koji ne možemo direktno da vidimo je planetarni model atoma (slika 1.2) u okviru koga su elektroni prikazani kako orbitiraju oko jezgra analogno kao što planete orbitiraju oko Sunca. Elektrone ne možemo da vidimo direktno, pa nam model pomaže da razumemo strukturu atoma i da objasnimo neke eksperimentalno utvrđene fenomene kao što su recimo spektri atoma.



Slika 1.2: Planetarni model atoma.

U fizici se modeli koriste u različite svrhe. Npr. modeli su potrebni da bi se izvršila teorijska analiza nekog proračuna ili izvršila neka kompjuterska simulacija.

Teorija je objašnjenje neke grupe pojava u prirodi koja je istražena i verifikovana više puta od strane različitih istraživačkih grupa. Neke teorije uključuju modele u cilju vizuelizacije fenomena. Njutnova teorija gravitacije često ne zahteva modele niti mentalne slike jer su objekti na koje se odnosi direktno opažljivi našim čulima. Kinetička teorija gasova, sa druge strane, je zasnovana na modelu prema kome se oni sastoje od atoma i molekula. Atomi i molekuli su previše mali da bismo ih opazili našim čulima pa moramo da u glavi pravimo mentalne slike gasa.

Zakoni su tvrđenja koja generalizuju neke procese u prirodi a predstavljaju zaključke do kojih se došlo u ponovljenim naučnim istraživanjima.

Zakoni su često iskazani u obliku jedne matematičke jednačine. Zakoni i teorije su slični u smislu da se u oba slučaja radi o tvrđenjima koja su naučno dokazana, odnosno dobijena na osnovu testiranja hipoteza a razlika je u tome što su teorije opštije.[6] U nauci se često koristi i termini **princip** koji se odnosi na tvrđenja manjeg opsega važnosti od zakona.[7]

1.2 Fizičke veličine, standardi i jedinice

Fizika je u osnovi eksperimentalna nauka. U eksperimentima se obavljaju merenja određenih karakteristika posmatranog sistema. Sistem može činiti jedno fizičko telo ili više tela. **Fizičko telo** može biti svaki predmet koji nas okružuje. Fizička tela/sistemi se razlikuju po raznim karakteristikama. Za opisivanje karakteristika fizičkih tela uvode se **fizičke veličine**.

Ukoliko je posmatrani sistem čovek dve takve karakteristike su npr. njegova masa i visina. Osnovna osobina fizičke veličine je da može da se izmeri ili izračuna njena vrednost.

Neke od fizičkih veličina su fundamentalnije od drugih i mogu se definisati upravo samim načinom njihovog merenja.[8] Tako se recimo rastojanje meri lenjirom a vremenski interval štopericom. Neke pak druge fizičke veličine definišu se opisom postupka koji treba sprovesti da bi se došlo do njihovih vrednosti na osnovu veličina koje možemo direktno da izmerimo. Tako je recimo srednja brzina tela (zapravo njen intenzitet) koje se kreće definisana kao količnik rastojanja koje je telo prešlo (meri se lenjirom) i intervala vremena za koji se to desilo (meri se štopericom).

[6]Termin zakon odnosi se na koncizno i vrlo opšte tvrđenje koje opisuje fenomene u prirodi, kao što su: zakon održanja energije ili Drugi Njutnov zakon kretanja koji povezuje masu, ubrzanje i silu u jednostavnu jednačinu $\vec{F} = m\vec{a}$. Teorija, pak, je manje koncizno tvrđenje o posmatranim fenomenima. Npr. teorija evolucije ili teorija relativnosti ne mogu da se iskažu koncizno da bi mogle da se smatraju zakonom. Najveća razlika između zakona i teorije je da je teorija kompleksnija i dinamičnija. Zakon opisuje jednu situaciju (koja je dovoljno opšta) dok teorija opisuje čitavu grupu povezanih fenomena.

[7]U mehanici fluida poznati su tako Paskalov i Bernulijev princip. Ovaj potonji recimo je jedna od posledica Bernulijeve jednačine.

[8]Takva definicija se naziva **operaciona definicija**.

Merenje svake fizičke veličine se uvek svodi na njeno upoređivanje sa nekim usvojenim standardom. Kada se kaže da je Fiat 500L dugačak 4,147 metara, to znači da je 4,147 puta duži od metarskog lenjira (koji je po definiciji dugačak 1 metar). Standardom se definiše **jedinica** fizičke veličine. Vrednost fizičke veličine sadrži pored njene numeričke vrednosti obavezno i jedinicu u kojoj je izražena.[9]

Svaka fizička veličina prema tome ima **simboličku oznaku**, **numeričku vrednost** i **jedinicu mere**. Npr. dužina automobila je $l = 4,147$ m. Dužina je fizička veličina, l je simbolična oznaka dužine, 4,147 numerička vrednost (u ovom slučaju), m skraćena oznaka jedinice mere (metra). Potrebno je obratiti pažnju da se simbol fizičke veličine zapisuje italikom a simbol jedinice uspravnim slovima. Ovo je neophodno jer se jednim istim slovom ponekad označavaju simbol jedne fizičke veličine i jedinica neke druge (npr. slovo "m" kao oznaka za masu i "m" kao oznaka za metar).

Iz istorijskih razloga (samostalnog razvoja raznih civilizacija i slabog transfera znanja između njih) razni narodi i države su, za jedne iste fizičke veličine, razvili različite jedinice mere. Najčešće su to bile jedinice koje su odgovarale dimenzijama različitih delova ljudskog tela (palac, stopa, hvat ...). Korišćenje takvih jedinica nije bilo pogodno naročiti prilikom trgovine između različitih država. Npr. u Engleskoj je za jednicu dužine korišćena stopa (1 stopa = 30,5 cm) a u Rusiji aršin (1 aršin = 71,1 cm). Iz praktičnih razloga se javila potreba za ujednačavanjem sistema jednica koji bi bio prihvatljiv za sve države.

Međunarodni komitet za mere i tegove je 1960. godine ustanovio skup standarda za dužinu, masu i ostale osnovne fizičke veličine. Ustanovljeni sistem je baziran na metričkom sistemu i naziva se Međunarodni sistem jedinica (Systeme International - SI). U tom sistemu, jedinice dužine, intervala vremena i mase su metar, sekunda i kilogram. Standardi za ostale osnovne fizičke veličine, koje je ustanovio Međunarodni komitet su: za temperaturu (*kelvin*), jačinu električne struje (*amper*), intenzitet svetlosti (*kandela*), količinu supstance (*mol*). U mehanici se koriste samo jedinice dužine, mase i vremena. Sem sedam osnovnih postoje i dve dodatne jedinice: za ugao u ravni (*radijan*) i ugao u prostoru (*steradijan*).

Da bi bila vršena tačna i pouzdana merenja potrebno je imati nepromenljive jedinice fizičkih veličina. Na taj način će ista merenja moći da budu ponovljena na raznim lokacijama. Sistem jedinica koji koriste naučnici i inženjeri u svetu naziva se **Međunarodni sistem** (skraćeno SI od fran-

[9] Tako tvrdnja da je Fiat 500L dugačak 4,147 bez specificiranja jedinice koja je pri tom korišćena nema nikakav značaj.

cuskog naziva *Systeme International*). Definicije osnovnih jedinica se menja sa vremenom. Kada je metrički sistem (preteča SI) usvojen od strane Francuske Akademije Nauka 1791. godine, metar je bio definisan kao jedan desetomilioniti deo rastojanja od Severnog Pola do ekvatora. Sekunda je bila definisana kao vreme potrebno klatnu dugačkom jedan metar da pređe iz jednog amplitudnog položaja u drugi. Pokazalo se da su ovako definisani metar i sekunda previše neprecizni u praksi pa su zamenjeni novim definicijama.

1.3 Metode istraživanja u fizici

Tokom svog postojanja čovečanstvo je prikupilo ogrormne količine znanja o svetu u kome živimo. Npr. naučno je dokazano da Zemlja rotira oko svoje ose, da se svetlost najčešće kreće pravolinijski, da je munja električno pražnjenje itd. Koje su metode primenjivane da bi se došlo do takvih zaključaka?

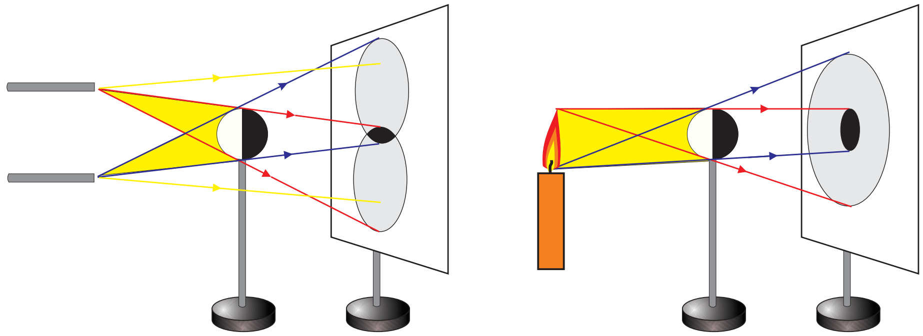
Metod naučnog proučavanja sveta oko nas (naučni metod) se sastoji od nekoliko etapa. Prva je *posmatranje pojava*. Posmatranje se vrši pomoću čula i instrumenata. Npr. ljudi su na osnovu svakodnevnih posmatranja zaključili da neprovidna tela tokom sunčanih dana stvaraju senku. Posmatranjem su *prikupljeni podaci* (rezultati posmatranja) koji su pokazivali da se veličina senke menja tokom dana. Njena dužina je najveća ujutro i uveče a najmanja u podne. Pažljivijim posmatranjem ustanovljeno je da, kod nekih tela, senka može da bude razmazana ili da je nema. Kako objasniti sve te činjenice? U tu svrhu postavalja se *hipoteza* (pretpostavka).

Hipoteza moži biti i više od jedne. U navedenom primeru hipoteza je jasna - svetlost se prostire po pravoj liniji. Hipoteza može biti i pogrešna. U tom slučaju se postavlja nova hipoteza.

Hipoteza treba da objasni poznate činjenice ali i da posluži da se predvide nove, još uvek nepoznate. Npr. u ovom slučaju može da ukaže na to da, sem senke, može da se formira i polusenka, ukoliko postoji više izvora ili postoji jedan ali nije tačkast nego velikih dimenzija (uporedivih sa dimenzijama predmeta koji stvara senku).

Nakon toga sledi važna etapa naučnog metoda - *ogled* ili *eksperimentalna provera hipoteze*. Eksperimenti se izvode u laboratoriji u kontrolisanim uslovima.

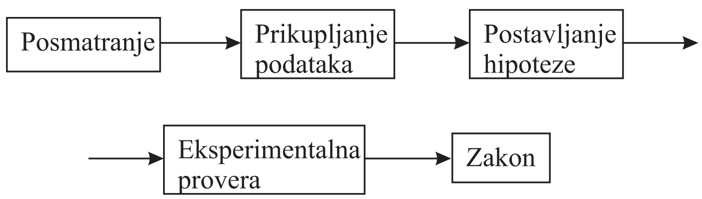
Ogledi sa dva izvora svetlosti i sa izvorima velikih dimenzija (slika 1.3) pokazuju da dimenzija senke, pojava senke i polusenke potvrđuju hipotezu o pravolinijskom prostiranju svetlosti.



a) *b*)

Slika 1.3: Eksperimenti sa izvorima malih i velikih dimenzija.

Kada se hipoteza potvrdi ona postaje zakon. Hipoteza ostaje u važnosti sve dok se ne pojave činjenice koje joj protivureče. Šematski naučni put dolaska do saznanja izgleda ovako:

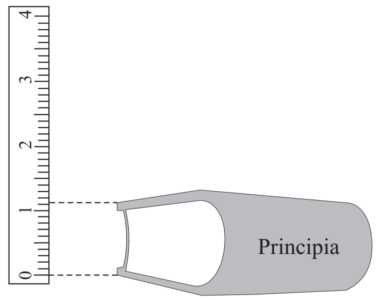


Slika 1.4: Od posmatranja do naučnog zakona.

1.4 Neodređenosti i značajne cifre

Merenja uvek poseduju neodređenost koja je definisana veličinom najmanjeg podeoka na mernom instrumentu. Ukoliko merimo debljinu knjige na slici koristeći običan školski lenjir, kod koga su najmanji podeoci dužine 1 mm, merenje je pouzdano samo do najbližeg milimetarskog podeoka. Rezultat merenja se pri očitavanju zaokružuje na veću ili manju vrednost (u ovom slučaju u milimetrima) u zavisnosti od toga da li merena veličina prelazi središte između dva podeoka. Pri merenju na slici 1.5 rezultat merenja iznosi 11 mm.

Nije ispravno beležiti izmerene vrednosti sa decimalnim mestima koja su manja od najmanje vrednost koju prikazuje merilo ili instrument za merenje.



Slika 1.5: Merenje.

Tako, za merenja izvršena školskim lenjirom pogrešno je rezultat pisati kao $x = 11,2$ mm jer se dužina od 0,2 mm njime ne može izmeriti.[10] Pošto prava vrednost debljine knjige u stvari leži negde između 11 i 12 mm, osoba koja vrši merenja se opredeljuje za onu vrednost koja je bliža pravoj − odnosno procenjuje vrednost poslednje cifre u rezultatu merenja. U ovom slučaju je logičnije smatrati da je $x = 11$ mm.

Isto merenje se može izvršiti i mikrometarskim zavrtnjem na kome se mogu očitati stoti delovi milimetra. Recimo da je u takvom merenju dobijen rezultat $x = 11,19$ mm. Razlika između ova dva merenja je u njihovoj neodređenosti. Merenje mikrometarskim zavrtnjem poseduje manju neodređenost, ono je preciznije. Neodređenost merenja se često zove **greška** jer ukazuje na maksimalno odstupanje između izmerene i prave vrednosti. Neodređenosti, odnosno greška, merenja zavisi od korišćenih instrumenata i primenjenih tehnika merenja date fizičke veličine.

Kod prikazivanja rezultata merenja bitno je da se ukaže na njihovu preciznost, tj. na to koliko su blizu (daleko) od prave vrednosti. Ukoliko se npr. rezultat merenja debljine cilindra prikaže u obliku $(43,25 \pm 0,02)$ mm, to znači da prava vrednost debljine nije manja od 43,23 mm niti veća od 43,27 mm.[11]

U nekim slučajevim neodređenost nekog numeričkog rezultata nije zadata eksplicitno već je prikazana brojem smislenih cifara u zapisu merene vrednosti, odnosno brojem **značajnih cifara**. U merenju debljine knjige sa slike 1.5 mikrometarskim zavrtnjem, merena vrednost (11,19 mm) prikazana je sa četiri značajne cifre. U prve tri cifre smo sasvim sigurni, dok je četvrta

[10] Makar i ako od oka može da se proceni da dužina koju merimo prelazi jednu petinu podeoka na lenjiru.

[11] Takođe to znači da je merenje izvršeno instrumentom na kome mogu da se očitaju stoti delovi milimetra.

procenjena. To znači da su prve tri cifre *sigurne* a da je četvrta *nesigurna*. Poslednja cifra je na mestu gde se nalaze stoti delovi milimetra tako da je neodređenost merenja debljine knjige 0,01 mm (jedan stoti deo milimetra). Dve vrednost zadate istim brojem značajnih cifara mogu da imaju različiti neodređenost. Tako recimo udaljenost od Beograda do Niša iznosi 239,2 km − zadata je isto preko četiri značajne cifre ali je neodređenost ovog rezultata deseti deo kilometra, odnosno stotine metara. Treba primetiti da je u oba slučaja (debljina knjige i rastojanje) reč o direktnim merenjima.

Pri merenju običnim lenjirom odredili smo debljinu knjige sa 2 značajne cifre. Prva je sigurna a druga nesigurna jer je procenjena. Ovakav način merenja, pri kome se podaci vezani za rezultat merene veličine direktno očitavaju sa skale mernog instrumenta, nazivaju se *direktnim merenjima* (merenje dužine, vremena, mase ...).

U fizici se često srećemo sa *indirektnim merenjima*. Prilikom ovakvih merenja, na osnovu rezultata direktno merenih veličina sračunavaju se vrednosti traženih fizičkih veličina (određivanje površine, zapremine, gustine ...). Pri tome treba voditi računa o tome da su vrednosti koji se koriste u formulama za izračunavanja izmerene sa određenom tačnošću, tj. zadate preko određenog broja značajnih cifara. Kada se takvi brojevi dele ili množe, broj značajnih cifara u rezultatu ne sme biti veći od od broja značajnih cifara faktora koji ima manje značajnih cifara. Na primer: $3,1416 \times 1,35 \times 0,64 = 2,7$. Kada se brojevi oduzimaju i sabiraju, broj značajnih cifara određuje ulazni podatak najveće neodređenosti (to je najčešće onaj sa manjim brojem cifara nakon decimalnog zareza). Tako je pravilno pisati: $153,62 + 7,9 = 161,5$. Naime, dok broj 153,62 ima neodređenost 0,01 (jedan stoti deo), drugi sabirak 8,9 poseduje neodređenost 0,1 (jedan deseti deo). Iz tog razloga i njihova suma sadrži neodređenosti od 0,1 tako da ne treba da se piše kao 161,52 već kao 161,5.

Ova pravila se lako mogu primeniti kod određivanja vrednosti broja π kao odnosa obima i prečnika kruga. Ovaj broj, ukoliko se učita sa kompjuterskog digitrona ima vrednost $3,14159265358979323846264338327 95$. Eksperiment/merenje se svodi na crtanje dovoljno velike kružnice na papiru i merenje njenog prečnika i obima metarskom trakom koja, kao i školski lenjir, ima milimetarsku podelu. Neka su kao rezultat dobijene vrednosti 424 mm i 135 mm. Ukoliko se to unese u digitron dobija se: $424/135 =$ 3,14074074074074074074074074074 07. Ova vrednost se razlikuje od prave vrednosti broja π a razlog je u tome što je pomenuto merenje izvršeno sa tri značajne cifre. To znači da i (indirektno) merena vrednost broja π treba da se prikaže sa tri značajne cifre što daje $3,14$. Odavde se vidi da se, unutar tri značajne cifre, merena vrednost slaže sa pravom vrednošću.

U numeričkim primerima u ovoj knjizi uglavnom će biti davani primeri sa najviše tri značajne cifre.[12] Ukoliko se vrše izračunavanjima digitronom koji ima displej sa npr. deset cifara, a koriste se podaci sa dve ili tri značajne cifre, navođenje rezultata kompletnim prepisivanjem sa displeja digitrona, kao što je već navedeno, pogrešno se prikazuje njegova tačnost.

Nule u zapisima brojeva mogu da izazovu zabunu kod određivanja broja značajnih cifara. Tako, nule u izrazu 0,053 nisu značajne cifre jer služe jedino za određivanja položaja decimalnog zareza. U broju 0,053 postoje samo dve značajne cifre. Nule pak u broju 10,053 jesu značajne pa taj broj ima pet značajnih cifara. Nule u broju 1300 mogu ali i ne moraju biti značajne cifre pa on može da ima dve, tri ili četiri značajne cifre. Da bi se izbegle nejasnoće oko uloge nula u zapisu brojeva oni se zapisuju u **naučnoj notaciji** gde ta dilema ne postoji.[13] Naučna notacija prikazivanja brojeva je zapis brojeva sa pokretnom decimalnom tačkom.

Naučna notacija je, sem za isticanje i lakše uočavanje broja značajnih cifara, zgodna i kada se u računu koriste veoma mali ili veoma veliki brojevi. Tako, rastojanje Zemlje i Meseca, koje iznosi oko 384 000 000 m, zapisano u toj formi ne ukazuje na preciznost tog podatka, odnosno na broj značajnih cifara. Ukoliko se taj rezultat međutim prikaže formi

$$3,84 \times 10^8 \text{ m}$$

jasno je da imamo posla sa tri značajne cifre.

Broj $4,00 \times 10^{-7}$ takođe je zadat sa tri značajne cifre bez obzira na to što su dve jednake nuli.[14]

Ukoliko se u opštim jedačinama javlja neki ceo ili racionalan broj, pri izračunavanjima se smatra da je zadat bez neodređenosti. Na primer, u izrazu $v_x^2 = v_{0x}^2 + 2a_x(x - x_0)$, koeficijent 2, koji stoji uz ubrzanje, treba smatrati tačno jednakim 2. Drugim rečima smatra se da je određen sa beskonačno mnogo značajnih cifara (2,000000...). Isto važi i za izložioce u sabircima v_x^2 i v_{0x}^2.

[12] U primerima iz svakodnevnog života preciznost kojom se daju numerički podaci obično je manja od toga. Na primer, masa prosečnog čoveka zadaje se sa dve značajne cifre.

[13] Može da se kaže da su nule značajne cifre uvek sem kada se koriste za određivanje položaja decimalnog zareza.

[14] Ukoliko bi ovaj broj bio zadat jednom značajnom cifrom trebao bi da bude zapisan kao 4×10^{-7}. Podsetimo se da je broj značajnih cifara određen preciznošću kojom se vrši merenje.

1.5 Red veličine

Do sada je istaknuto da je važno znati tačnost kojom su zadate vrednosti fizičkih veličina. Takođe je istaknuto da se pri merenjima teži što većoj tačnosti. Međutim, čak i vrlo grubo poznavanje vrednosti fizičkih veličina (male tačnosti) može da dâ značajne informacije. Česte su situacije da je poznat način izračunavanja određene fizičke veličine ali nisu dovoljno tačno poznate vrednosti ulaznih podataka već samo njihove približne vrednosti. Ponekad su i sama izračunavanja previše komplikovana da bi bila izvršena egzaktno pa je potrebno uraditi aproksimaciju.

Približna izračunavanja su korisna jer omogućavaju procenu vrednosti fizičke veličine ili, drugim rečima, procenu njenog **reda veličine**. Određivanje reda veličine vrednosti određene fizičke veličine svodi se na procenu stepena na koji treba dići broj 10 da bi se što približnije dobila njena vrednost. Svaki stepen na koji se diže broj 10 (10^1, 10^3, 10^4 ...) predstavlja različiti red veličine. Pri tome se uzima da su sve veličine koje mogu da se napišu kao proizvod istog stepena broja 10, nezavisno od cifre kojom se vrši množenje broja 10, istog reda veličine. Npr. broj 800 može da se zapiše kao $8 \cdot 10^2$, ali i broj 450 može da se napiše kao $4,5 \cdot 10^2$ tako da su i 800 i 450 istog reda veličine: 10^2. Red veličine se koristi za procenu skale u okviru koje se kreću vrednosti neke fizičke veličine. Tako su prečnici atoma reda 10^{-9} m, dok je prečnik Sunca reda veličine 10^9 m.

Ukoliko se za fizičku veličinu kaže da se povećala za tri reda veličine, to znači da se njena vrednost povećala približno 10^3 puta (odnosno 1000 puta). Za označavanje reda veličine koristi se simbol $\sim$. Evo i nekoliko primera

$$0,0086 \sim 10^{-2}, \qquad 0,0021 \sim 10^{-3}, \qquad 1230 \sim 10^3.$$

P r i m e r. Proceniti broj udisaja tokom prosečnog ljudskog veka.

R e š e nj e. Prosečan životni vek ljudi iznosi 70 godina dok je broj udisaja tokom minuta oko 10. Broj minuta u godini je približno

$$1 \text{ godina} \left(\frac{400 \text{ dana}}{1 \text{ godina}}\right) \left(\frac{25 \text{ h}}{1 \text{ dan}}\right) \left(\frac{60 \text{ minuta}}{1 \text{ h}}\right) = 6 \times 10^5 \text{ min.}$$

Pri ovome je radi jednostavnosti uzeto da je broj dana u godini 400 (tačna vrednost je 365,25) i da je broj sati u danu 25. Učinjena greška je veoma mala i ne utiče na krajnju procenu. U 70 godina će prema tome biti 70 godina $\times$ 6×10^5 min/godina $= 4 \times 10^7$ minuta. Ukoliko se načini prosečno po 10 udisaja tokom svakog minuta, za 70 godina će ih biti oko 4×10^8.

1.6 Dimenzionalna analiza

Reč *dimenzija* ima poseban značaj u fizici jer ukazuje na fizičku prirodu date veličine.[15] Nezavisno od toga da li neko mereno rastojanje izražavamo u stopama ili metrima, u oba slučaja se radi o merenju dužine. Kaže se da je dimenzija (fizička priroda) rastojanja *dužina*.

Simboli koji se koriste da se označe dimenzije osnovnih fizičkih veličina, odnosno dužine, mase i vremena su L, M i T. Kada želimo da prikažemo dimenziju neke izvedene fizičke veličine koristimo uglaste zagrade [ ]. Tako će dimenzija brzine v biti $[v]$ =L/T. Dimenzija površine S je $[S] = \mathrm{L}^2$, zapremine V $[V] = \mathrm{L}^3$ a ubrzanja a je $[a] = \mathrm{L}/\mathrm{T}^2$.

Često se za rešavanje problema u fizici koristi univerzalna procedura pod nazivom *dimenzionalna analiza*. U okviru nje, polazi se od principa dimenzionalne homogenosti jednačina kojima su iskazane fizičke relacije. Princip dimenzionalne homogenosti izražava jednostavnu činjenicu da obe strane ma koje jednačine moraju da imaju iste dimenzije.

Osnovni principi dimenzionalne analize mogu se razumeti na sledećem primeru. Ukoliko tražimo formulu koja povezuje pređeno rastojanje x za vreme t pri kretanju tela iz stanja mirovanja sa ubrzanjem a pretpostavićemo da je veza ovih triju veličina opšteg oblika

$$x = Ca^{\alpha}t^{\beta},$$

gde su α i β neki nepoznati brojevi a C konstanta bez dimenzija. Prema principu dimenzionalne homogenosti, ova relacija je tačna jedino ako su dimenzije leve i desne strane jednake. Kako je dimenzija leve strane dužina, dimenzija desne takođe mora da bude dužina, odnosno

$$[a^{\alpha}t^{\beta}] = \mathrm{L} = \mathrm{L}^1.$$

Pošto je dimenzija ubrzanja L/T^2 a dimenzija vremena T, dobija se

$$\left(\frac{\mathrm{L}}{\mathrm{T}^2}\right)^{\alpha}\mathrm{T}^{\beta} = \mathrm{L}^1, \quad \text{i} \quad \mathrm{L}^{\alpha}\mathrm{T}^{\beta-2\alpha} = \mathrm{L}^1.$$

Da bi obe strane jednačina imale iste dimenzije, eksponenti moraju biti isti. Na desnoj strani se uz L^1 može dodati T^0 s obzirom na to da je rezultat stepenovanja nulom uvek jednak jedinici. Upoređujući eksponente dolazimo

[15] Ponekad se termin dimenzija koristi za označavanje broja nezavisnih koordinata koje su potrebne da bi se opisao položaj tela u prostoru. Tako može da se govori o kretanju tela u jednoj dimenziji (duž neke linije), dve dimenzije (po nekoj površi) u tri (kretanje u prostoru u uobičajenom smislu) ili čak i u više dimenzija (teorija struna).

do jednačina: $\beta - 2\alpha = 0$ i $\alpha = 1$, odakle se odmah dobija da je $\beta = 2$. Time je određena funkcionalna zavisnost rastojanja x, ubrzanja a i vremena t kao $x \propto at^2$.[16]

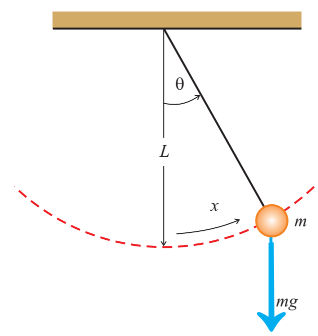
Interesantan je i primer određivanja perioda matematičkog klatna (slika 1.6), odnosno tela okačenog o neistegljivu nit tako da može da osciluje u vertikalnoj ravni pod dejstvom gravitacione sile. Ukoliko se pretpostavi da je period klatna zadat izrazom[17]

$$T = CL^{\alpha} m^{\beta} g^{\gamma}, \tag{1.1}$$

na osnovu dimenzionalne homogenosti prethodne jednačine sledi

$$\mathrm{T} = \mathrm{L}^{\alpha}\mathrm{M}^{\beta}\mathrm{L}^{\gamma}\mathrm{T}^{-2\gamma}.$$

Izjednačavanjem eksponenata dobija se da je: $\alpha = 1/2$, $\beta = 0$ i $\gamma = -1/2$. Traženi izraz za period klatna glasi $T = C\sqrt{L/g}$. Interesantno je uočiti da period klatna ne zavisi od mase klatna iako je masa inicjalno uzeta u razmatranje u relaciji (1.1). Kompletan izraz za period matematičkog klatna, $T = 2\pi\sqrt{L/g}$, biće izveden kasnije drugačijim metodama.



Slika 1.6: Matematičko klatno.

Izraz dobijen primenom dimenzionalne analize se od tačnog razlikuje samo za faktor 2π koji je bezdimenzionalan i, prema tome, "nevidljiv" za dimenzionalnu analizu. Generalno gledano, konstante koje dimenzionalna analiza ne može da odredi imaju vrednosti koje su takve da ne utiču na red veličine izraza. Time ovaj pristup dobija na značaju.

1.7 Vektorska algebra

Vrednost nekih fizičkih veličina, kao što su vreme, temperatura, masa, gustina, količina naelektrisanja ... može da bude opisana kompletno *jednim*

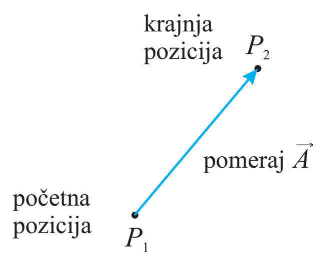
[16]Ovaj rezultat se, od tačnog rezultata $x = \frac{1}{2}at^2$, razlikuje samo za faktor 2. Budući da je ovaj faktor bezdimenzion, njega i nije moguće odrediti na ovaj način.

[17]Procedura određivanje promenljivih koje treba uzeti u obzir priliom dimenzionalne analize poseban je problem. U ovom slučaju je izbor promenljivih sasvim logičan: klatno je dužine L, mase m i nalazi se u gravitacionom polju čije ubrzanje iznosi g.

brojem i pripadajućom *mernom jedinicom* te fizičke veličine. Međutim, postoje i fizičke veličine, za čije kompletno poznavanje je potrebno, sem brojčane vrednosti poznavati i njihovu orijentaciju u prostoru odnosno, njihov pravac i smer. Npr. nije dovoljno znati kolika je numerička vrednost brzine kojom se kreće automobil (što pokazuje kilometar-sat u njemu) već i u kom pravcu i smeru se on kreće. Takođe, da bi se procenio efekat sile nije dovoljno znati kolika je njena numerička vrednost već i u kom pravcu i smeru deluje.[18]

Veličine opisane jednim brojem nazivaju se **skalarne** a one koje poseduju i pravac i smer **vektorske**.[19] Izračunavanja koja se odnose samo na skalarne veličine su aritmetička (npr. 6 kg + 3 kg = 9 kg, ili 4×2 s = 8 s). U slučaju vektorskih veličina postoji više različitih operacija.

Da bi se bolje razumeli načini kombinovanja vektorskih veličina zgodno je poći od najprostije vektorske veličine **pomeraja**. Pomeraj je vektor koji pokazuje za koliko se promenio položaj tela u prostoru. Pomeraj je vektorska veličina jer, sem poznavanja za koliko metara se telo pomerilo, mora da se zna i u kom pravcu i smeru se to desilo. Pomeranje od 3 km na sever od kuće i pomeranje za isto rastojanje na jug neće nas odvesti na isto mesto − ta dva pomeraja imaju isti intenzitet i isti pravac ali različite smerove.



Slika 1.7: Vektor pomeraja iz tačke P_1 u tačku P_2.

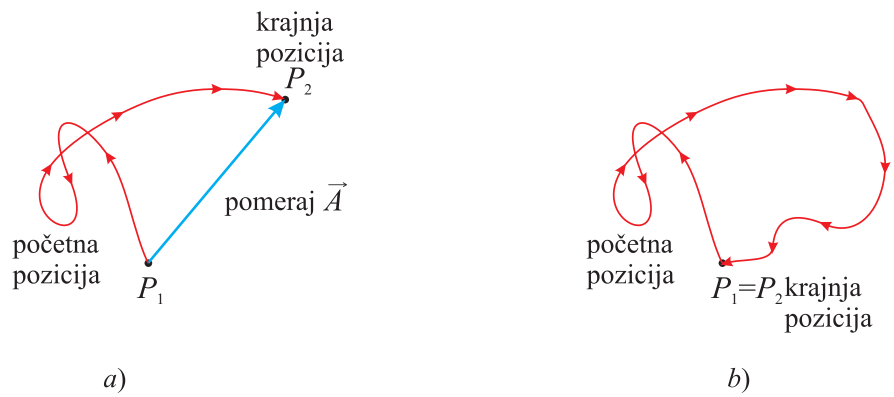
Vektori se crtaju kao usmerene duži (duži koje na kraju imaju strelicu) a simbolički se najčešće predstavljaju slovom pisanim italik stilom iznad koga se nalazi strelica (slika 1.7). Prilikom crtanja usmerene duži njena dužina odgovara intenzitetu vektora, pravac odgovara pravcu vektora a strelica pokazuje njegov smer.

Pomeraj se uvek odnosi na deo neke prave linije a usmeren je od početne tačke P_1 ka krajnjoj tački P_2 bez obzira na to što telo prilikom dolaska iz tačke P_1 u tačku P_2 može da se kreće nekom zakrivljenom putanjom (slika 1.8 *a*)). Potrebno je primetiti da pomeraj ne mora da bude srazmeran rastojanju koje je telo prešlo, tako, ukoliko je telo nakon nekog vremena došlo opet u polaznu tačku P_1, pomeraj je jednak nuli (slika 1.8 *b*)).

Ukoliko dva vektora imaju isti pravac i smer oni su **paralelni**. Ukoliko

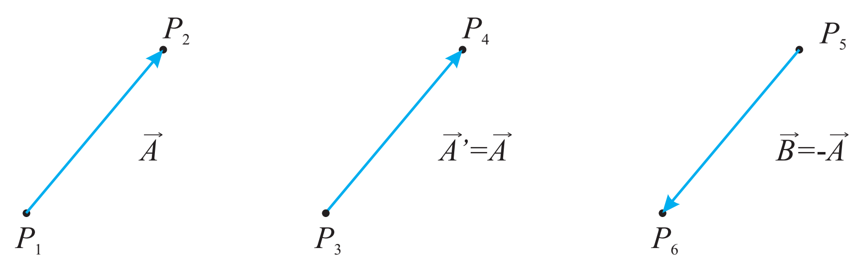
[18]Kod opisivanja sile i njenih efekata na telo, sem vektorskih karakteristika same sile, bitna je i njena napadna tačka.

[19]Naziv vektor potiče od latinske reči *vector*−nosač, ili *vehere, vectum*−nositi, pomerati.



Slika 1.8: *a*) Pomeraj zavisi samo od početne i krajnje tačke. *b*) Za zatvorene putanje pomeraj je nula bez obzira na put koji je pri tom pređen.

sem pravca i smera imaju i isti intenzitet oni su *jednaki* nezavisno od toga gde se nalaze u prostoru. Vektor $\vec{A}'$ koji predstavlja pomeraj od tačke P_3 do tačke P_4 (slika 1.9) jednake je dužine i pravca sa vektorom $\vec{A}$ (pomeraj od tačke P_1 do tačke P_2). Ta dva pomeraja su jednaka iako počinju u različitim tačkama. Simbolički se ova tvrdnja zapisuje kao $\vec{A}' = \vec{A}$ i označava jednakost svih karakteristika vektora (intenziteta, pravca i smera).



Slika 1.9: Vektori $\vec{A}$, $\vec{A}'$ i $\vec{B}$ imaju iste intenzitete i pravce dok je smer vektora $\vec{B}$ suprotan.

Vektor $\vec{B}$ sa slike 1.9, iako istog intenziteta i pravca sa vektorom $\vec{A}$, suprotno je usmeren od njega i prema tome nije mu jednak. Simbolički, vektor suprotnog smera datom vektoru $\vec{A}$ zapisuje se dodavanjem znaka minus ispred njega, odnosno $-\vec{A}$.

Intenzitet nekog vektora, označava se obično istim slovom kojim je označen i sam vektor ali bez strelice iznad slova ili oznakom apsolutne vrednosti (dve vertikalne crte između kojih se nalazi oznaka vektora:

$$\text{Intenzitet } \vec{A} = A = |\vec{A}|.$$

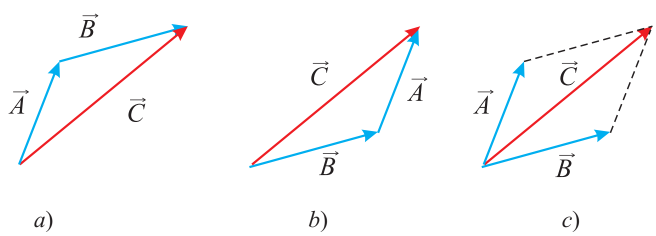
Intenzitet vektora je skalarna veličina (broj) i uvek je pozitivan.

Prilikom crtanja dijagrama koji sadrže vektore koriste se principi slični crtanju mapa. Npr. ukoliko se pomeraj od 5 km na dijagramu predstavi kao usmerena duž dužine 1 cm, pomeraj od 10 km treba da se predstavi strelicom dugačkom 2 cm.

Sabiranje i oduzimanje vektora

Neka je telo doživelo pomeraj $\vec{A}$ nakon koga se desio pomeraj $\vec{B}$. Konačni rezultat je isti kao da je telo krenulo iz iste početne tačke (početak vektora $\vec{A}$) i stiglo u istu konačnu (kraj vektora $\vec{B}$) i pri tome doživelo jedan pomeraj $\vec{C}$ (slika 1.10 *a*)). Pomeraj $\vec{C}$ je **vektorski zbir** ili **rezultanta** vektora $\vec{A}$ i $\vec{B}$ što se simbolički zapisuje kao

$$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}. \tag{1.2}$$



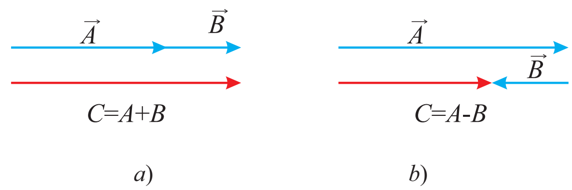
Slika 1.10: Tri načina sabiranja dva vektora: *a*) nadovezivanje, *b*) nadovezivanje u izmenjenom redosledu i *c*) pravilo paralelograma.

Sabiranje dva vektora može da se izvrši na više načina (slika 1.10). Delovi *a*) i *b*) slike prikazuju postupak nadovezivanja u kome se početak drugog vektora stavlja na kraj prvog a rezultatna se dobija kada se spoje početak prvog i kraj drugog vektora. Iz toga zaključujemo da vektori mogu da zamene mesta a da se rezultat ne promeni tako da važi

$$\vec{C} = \vec{B} + \vec{A}, \quad \vec{A} + \vec{B} = \vec{B} + \vec{A}. \tag{1.3}$$

Drugim rečima sabiranje vektora je *komutativna operacija*. Na delu *c*) iste slike prikazan je još jedan važan način sabiranja dva vektora koji se svodi na konstrukciju paralelograma koji se dobija kada se spoje počeci vektora. U tom slučaju se zbir dva vektora poklapa sa dijagonalom dobijenog paralelograma sa smerom prikazanim na slici.

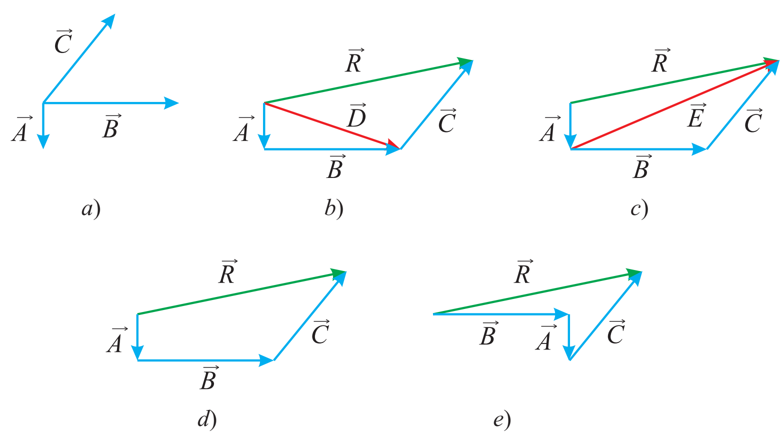
Kada je reč o intenzitetu vektorskog zbira, iz njegovog smisla a i sa slike 1.10 se vidi da je $C \le A + B$. Takođe je lako uočiti da intenzitet zbira $\vec{A}+\vec{B}$ (dužina vektora $\vec{C}$) zavisi od intenziteta oba vektora ali i ugla između njih. U specijalnom slučaju kada su $\vec{A}$ i $\vec{B}$ paralelni intenzitet zbira jednak je zbiru intenziteta. Ukoliko su pak vektori koji se sabiraju antiparalelni intenzitet njihovog zbira jednak je razlici intenziteta vektora (slika 1.11).



Slika 1.11: Intenzitet zbira jednak je zbiru intenziteta u slučaju a) paralelnih vektora a razlici intenziteta u slučaju b) antiparalelnih vektora.

Kada treba sabrati više od dva vektora, prvo se napravi suma neka dva od njih. Na taj način dobijeni rezultujući vektor se sabere sa trećim, i procedura nastavi sa svim preostalim vektorima. Na slici 1.12a prikazana su tri vektora $\vec{A}$, $\vec{B}$ i $\vec{C}$. Na slici 1.12b prvo su sabrani vektori $\vec{A}$ i $\vec{B}$ a zbir je označen kao vektor $\vec{D}$; nakon toga sabrani su vektori $\vec{C}$ i $\vec{D}$ i dobijen zbir $\vec{R}$, odnosno simbolički

$$\vec{R} = (\vec{A} + \vec{B}) + \vec{C} = \vec{D} + \vec{C}. \tag{1.4}$$



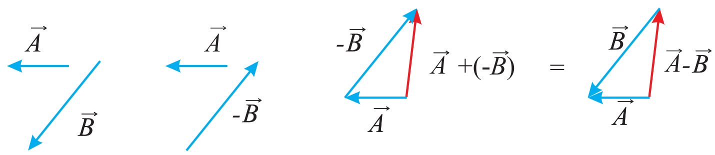
Slika 1.12: Različiti načini konstrukcije zbira vektora $\vec{A}$, $\vec{B}$ i $\vec{C}$.

Alternativni način je da se prvo saberu $\vec{B}$ i $\vec{C}$ čime se dobija vektor $\vec{E}$

(slika 1.12c) a onda saberu vektori $\vec{A}$ i $\vec{E}$ čime se opet dobija $\vec{R}$:

$$\vec{R} = \vec{A} + (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} + \vec{E}. \tag{1.5}$$

Ukoliko se za sabiranje vektora koristi pravilo njihovog nadovezivanja, dovoljno je na vektor $\vec{A}$ nastaviti vektor $\vec{B}$, na njega vektor $\vec{C}$ tako da će njihov zbir biti vektor koji počinje tamo gde počinje vektor $\vec{A}$ a kraj mu je na kraju vektora $\vec{C}$ (slika 1.12d). Redosled vektora u zbiru je irelevantan (komutativnost) kao i to koja će dva prva biti sabrana (*asocijativnost*). Na slici 1.12d je prikazan drugačiji redosled sabiranja posmatrana tri vektora.



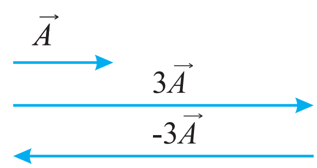
Slika 1.13: Oduzimanje dva vektora.

Oduzimanje vektora se može lako svesti na sabiranje ukoliko se prisetimo da vektor $-\vec{A}$ ima isti pravac i intenzitet kao vektor $\vec{A}$ dok im se smerovi razlikuju. To znači da se razlika vektora $\vec{A}$ i $\vec{B}$ može izračunati na sledeći način

$$\vec{A} - \vec{B} = \vec{A} + (-\vec{B}). \tag{1.6}$$

Na slici 1.13 prikazan je primer oduzimanja vektora.

Vektorske veličine mogu da se množe skalarnim veličinama (brojevima). Tako je vektor $2\vec{A}$ vektor istog pravca i smera kao i vektor $\vec{A}$ ali dva puta veće dužine. Generalno gledano, uvek kada se neki vektor $\vec{A}$ množi skalarom c, rezultat množenja $c\vec{A}$ ima intenzitet $|c|A$. Ukoliko je broj c pozitivan, $c\vec{A}$ je istog smera kao i vektor $\vec{A}$ a suprotnog ukoliko je c negativan. Tako je recimo $3\vec{A}$ vektor paralelan sa vektorom $\vec{A}$, dok je $-3\vec{A}$ antiparalelan sa vektorom $\vec{A}$ (slika 1.14).



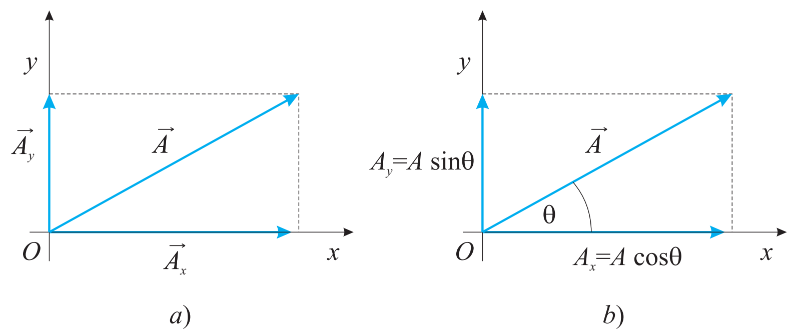
Slika 1.14: Rezultat množenja jednog istog vektora pozitivnim i negativnim skalarom.

Skalar kojim se množi vektor može da bude i neka fizička veličina. U jednačini $m\vec{a} = \vec{F}$ vektori $\vec{F}$ i $\vec{a}$ imaju isti pravac i smer (zato što je masa pozitivna veličina) ali im se intenziteti razlikuju.

1.8 Komponentni vektori i komponente vektora

Sabiranjem dva vektora dobija se vektor. Obrnuti postupak je takođe moguć i naziva se razlaganje vektora na komponentne vektore ili na komponente. Ukoliko se iskoristi Dekartov koordinantni sistem i postavi se neki vektor $\vec{A}$ tako da počinje u koordinatnom početku, on se može prikazati kao zbir dva vektora $\vec{A}_x$ i $\vec{A}_y$ koji se nalaze na koordinatnim osama (slika 1.15)a) Ova dva vektora na koje je vektor $\vec{A}$ razložen nazivaju se njegovim *komponetnim vektorima*. U simboličom zapisu to znači da je

$$\vec{A} = \vec{A}_x + \vec{A}_y. \tag{1.7}$$



Slika 1.15: Reprezentovanje vektora $\vec{A}$ preko njegovih a) komponentnih vektora i b) komponenti.

Pošto se svaki od komponentnih vektora nalazi duž jedne od koordinatnih osa, potreban je samo jedan broj za opisivanje svakog od njih.[20] Ukoliko je $\vec{A}_x$ usmeren u pozitivnom smeru $x-$ose taj broj A_x biće jednaka intenzitetu odgvarajućeg komponetnog vektora. Ukoliko je $\vec{A}_x$ usmeren u negativnom smeru $x-$ose, komponenta A_x će biti jednaka negativnoj vrednosti intenziteta $\vec{A}_x$. A_y se definiše na analogan načina. Ovako definisani brojevi A_x i A_y nazivaju se *komponente* vektora $\vec{A}$.

Vrednosti komponenata vektora mogu se izračunati ukoliko je poznat njegov intenzitet i uglovi koje zaklapa sa koordinatnim osama. Na slici 1.15b je zadat ugao vektora (označen slovom θ) u odnosu na pozitivan deo $x-$ose.

[20]Zbog toga što su im je pravac određen pravcem odgovarajuće ose.

Određivanje intenziteta vektora i njegove orijentacije na osnovu komponenti

Vektor je u potpunosti poznat ukoliko su mu poznate komponente ili ukoliko mu je poznat intenzitet i orijentacija u prostoru. Ukoliko je poznat intenzitet vektora i orijentacija koja je zadata uglom θ, komponente su zadate izrazima

$$A_x = A\cos\theta, \quad A_y = A\sin\theta. \tag{1.8}$$

Moguće je i obrnuto, da se iz poznatih komponenti izračunaju intenzitet i ugao koji sa $x-$osom zaklapa vektor. Iz prethodnog izraza, njegovim kvadriranjem i sabiranjem za intenzitet vektora se dobija

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}, \tag{1.9}$$

što je posledica važenja Pitagorine teoreme. Iz istog izraza se takođe dobija

$$\tan\theta = \frac{A_y}{A_x}, \quad \theta = \arctan\frac{A_y}{A_x}. \tag{1.10}$$

Množenje vektora skalarom

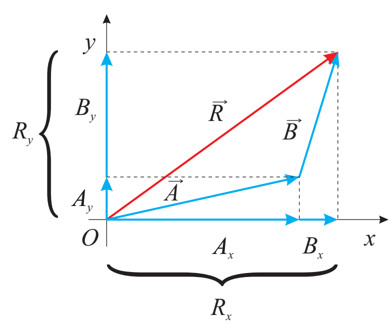
Ukoliko se vektor $\vec{A}$ množi skalarom c, svaka komponenta dobijenog vektora $\vec{D} = c\vec{A}$ je proizvod c i odgovarajuće komponente vektora $\vec{A}$:

$$D_x = cA_x, D_y = cA_y. \tag{1.11}$$

Određivanje rezultante na osnovu komponenti

Na slici 1.16 prikazana su dva vektora $\vec{A}$ i $\vec{B}$ i njihov zbir $\vec{R}$, kao i x i y komponente sva tri vektora. Sa slike se vidi da je $x-$komponeneta R_x vektora zbira jednaka zbiru $(A_x + B_x)$ $x-$komponenti vektora koji se sabiraju. Isto važi i za $y-$komponente tako da može da se piše:

$$R_x = A_x + B_x, \quad R_y = A_y + B_y. \tag{1.12}$$



Slika 1.16: Određivanje zbira vektora preko komponenti.

Ovaj rezultat je nezavisan od broja sabiraka. Ukoliko je $\vec{R}$ zbir vektora $\vec{A}$, $\vec{B}$, $\vec{C}$, $\vec{D}$, $\vec{E}$ ..., komponente zbira su:

$$R_x = A_x+B_x+C_x+D_x+E_x+\cdots, \quad R_y = A_y+B_y+C_y+D_y+E_y\cdots. \tag{1.13}$$

Do sada je bilo reči samo o vektorima u $xy-$ravni ali sve operacije preko komponenti ostaju u važnosti i u slučaju vektora koji imaju proizvoljnu orijentaciju u prostoru. Ukoliko se treća $z-$osa uvede na standardan način (pod pravim uglom u odnosu na $xy-$ravan), vektor $\vec{A}$ će imati tri komponente A_x, A_y i A_z u pravcu triju osa. Njegov intenzitet je

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}. \tag{1.14}$$

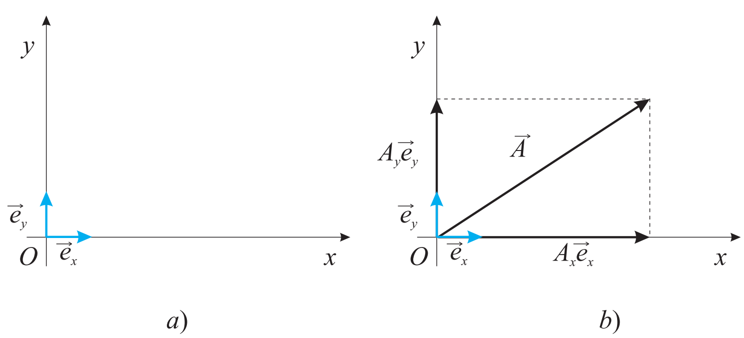
Jednačine (1.13) treba dopuniti još i izrazom za $z-$komponentu sume vektora

$$R_z = A_z + B_z + C_z + D_z + E_z + \cdots. \tag{1.15}$$

1.9 Jedinični vektori

Jedinični vektor je vektor intenziteta jedan koji sem toga nema dimenzije. Njegova uloga je da definiše određeni pravac i smer u prostoru. U Dekartovom koordinatnom sistemu u ravni jedinični vektori koordinatnih osa obeležavaju se na dva načina $\vec{i}$, $\vec{j}$ ili $\vec{e}_x$, $\vec{e}_y$. U ovoj knjizi će biti korišćen ovaj drugi način označavanja. Jedinični vektor $\vec{e}_x$ je definisan kao vektor orijentisan u pozitivnom smeru $x-$ose, dok je $\vec{e}_y$ orijentisan u pozitivnom smeru $y-$ose (slika 1.17a). Pomoću jediničnih vektora mogu da se zapišu relacije koje povezuju komponentne vektore i komponente na sledeći način (slika 1.17b).

$$\vec{A}_x = A_x\vec{e}_x, \quad \vec{A}_y = A_y\vec{e}_y. \tag{1.16}$$



Slika 1.17: a) Jedinični vektori koordinatnih osa. b) Prikaz vektora $\vec{A}$ preko komponentnih vektora.

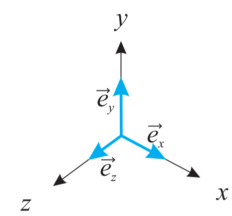
Na osnovu toga, vektor $\vec{A}$ je zadat u obliku

$$\vec{A} = A_x\vec{e}_x + A_y\vec{e}_y. \tag{1.17}$$

Zbir dve vektora $\vec{A} = A_x\vec{e}_x + A_y\vec{e}_y$ i $\vec{B} = B_x\vec{e}_x + B_y\vec{e}_y$ može da se zapiše na sledeći način

$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B} = (A_x\vec{e}_x + A_y\vec{e}_y) + (B_x\vec{e}_x + B_y\vec{e}_y)$$
$$= (A_x + B_x)\vec{e}_x + (A_y + B_y)\vec{e}_y = R_x\vec{e}_x + R_y\vec{e}_y. \tag{1.18}$$

Ukoliko vektor ne leži u ravni imaće i treću komponentu. Treći jedinični vektor $\vec{e}_z$ (ili $\vec{k}$) usmeren je u pozitivnom smeru $z-$ose (slika 1.18). Jednačine (1.17) i (1.18) su sada proširene i glase



Slika 1.18: Jedinični vektori.

$$\vec{A} = A_x\vec{e}_x + A_y\vec{e}_y + A_z\vec{e}_z, \tag{1.19}$$

$$\vec{R} = \vec{A}+\vec{B} = (A_x\vec{e}_x+A_y\vec{e}_y+A_z\vec{e}_z)+(B_x\vec{e}_x+B_y\vec{e}_y+B_z\vec{e}_z)$$
$$= (A_x + B_x)\vec{e}_x + (A_y + B_y)\vec{e}_y + (A_z + B_z)\vec{e}_z,$$

gde je:

$$R_x = A_x + B_x, \quad R_y = A_y + B_y, \quad R_z = A_z + B_z. \tag{1.20}$$

1.10 Proizvodi vektora

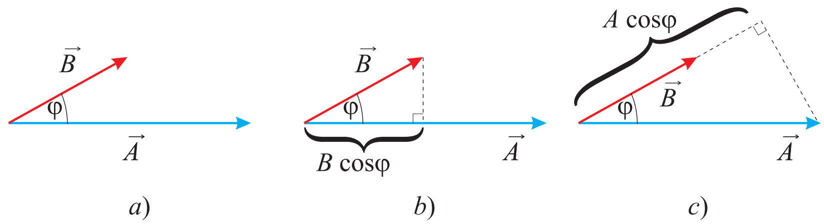
Sabiranje vektora je prirodno proizašlo iz analize uzastopnih pomeraja tela ali se primenjuje na sve vektorske veličine koje se javljaju u mehanici. Pokazalo se da je, sem operacije sabiranja vektora, zgodno uvesti i operacije njihovih proizvoda. Kako vektori nisu obični brojevi, uobičajeni način množenja brojeva nije primenljiv. Ispostavlja se da mogu da se definišu dve vrste proizvoda: *skalarni* koji kao rezultat daje skalar i *vektorski* koji kao rezultat daje novi vektor.

1.10.1 Skalarni proizvod

Skalarni proizvod dva vektora $\vec{A}$ i $\vec{B}$ označava se tačkicom između vektora: $\vec{A} \cdot \vec{B}$. Da bi se definisao skalarni proizvod zgodno je dovesti početke posmatranih vektora u istu tačku. Neka ugao između pravaca vektora iznosi φ (slika 1.19a).

Na slici 1.19(b) prikazana je projekcija vektora $\vec{B}$ na pravac vektora $\vec{A}$. Projekcija je komponenta vektora $\vec{B}$ duž pravca definisanog vektorom $\vec{A}$ i iznosi $B\cos\varphi$. Skalarni proizvod vektora $\vec{A}$ i $\vec{B}$ definiše se kao proizvod intenziteta vektora A i komponente vektora $\vec{B}$ duž pravca vektora $\vec{A}$:

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB\cos\varphi = |\vec{A}||\vec{B}|\cos\varphi. \tag{1.21}$$



Slika 1.19: (a) Dva vektora čiji počeci su na istom mestu. (b) $B\cos\varphi$ je komponenta vektora $\vec{B}$ u pravcu vektora $\vec{A}$, (c) $A\cos\varphi$ je komponenta vektora $\vec{A}$ u pravcu vektora $\vec{B}$.

Alternativan način definisanja skalarnog proizvoda posmatranih vektora je množenje intenziteta vektora $\vec{B}$ komponentom vektora $\vec{A}$ duž pravca određenog vektorom $\vec{B}$ (slika 1.19(c)) čime se dobija ista vrednost kao u (1.21).

Skalarni proizvod dva vektora je skalarna veličina i može biti pozitivan, negativan ili jednak nuli. Kada je ugao φ između 0^o i 90^o, skalarni proizvod je pozitivan. Kada je φ između 90^o i 180^o on je negativan jer je komponenta vektora na pravac onog drugog vektora negativna. Kada je ugao između vektora prav (vektori su međusobno normalni) skalarni proizvod je jednak nuli jer je i komponenta preko koje je definisan jednaka nuli.

Skalarni proizvod će kasnije biti korišćen da opiše rad izvršen od strane neke sile. Kada konstantna sila $\vec{F}$ deluje na telo duž nekog pravca i izazove kod njega pomeraj $\Delta\vec{r}$, rad A se izračunava na osnovu formule

$$A = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r}.$$

Odavde se vidi da je rad koji vrši sila pozitivan ukoliko je ugao između nje i pomeraja oštar (tj. između 0^o i 90^o) a negativan ukoliko je ovaj ugao tup (između 90^o i 180^o).

Skalarni proizvod može da se izračuna direktno iz komponenti vektora. Da bi se došlo do tog izraza potrebno je prvo izračnati skalarne proizvode jediničnih vektora. Na osnovu relacije (1.21) važi

$$\vec{e}_x \cdot \vec{e}_x = \vec{e}_y \cdot \vec{e}_y = \vec{e}_z \cdot \vec{e}_z = (1)(1)\cos 0^o = 1, \tag{1.22}$$

$$\vec{e}_x \cdot \vec{e}_y = \vec{e}_x \cdot \vec{e}_z = \vec{e}_y \cdot \vec{e}_z = (1)(1)\cos 90^o = 0. \tag{1.23}$$

Sada je potrebno vektore $\vec{A}$ i $\vec{B}$ zapisati preko komponenti i razviti

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = (A_x\vec{e}_x + A_y\vec{e}_y + A_z\vec{e}_z) \cdot (B_x\vec{e}_x + B_y\vec{e}_y + B_z\vec{e}_z).$$

$$= A_x B_x \vec{e}_x \cdot \vec{e}_x + A_x B_y \vec{e}_x \cdot \vec{e}_y + A_x B_z \vec{e}_x \cdot \vec{e}_z$$
$$+ A_y B_x \vec{e}_y \cdot \vec{e}_x + A_y B_y \vec{e}_y \cdot \vec{e}_y + A_y B_z \vec{e}_y \cdot \vec{e}_z$$
$$+ A_z B_x \vec{e}_z \cdot \vec{e}_x + A_z B_y \vec{e}_z \cdot \vec{e}_y + A_z B_z \vec{e}_z \cdot \vec{e}_z.$$

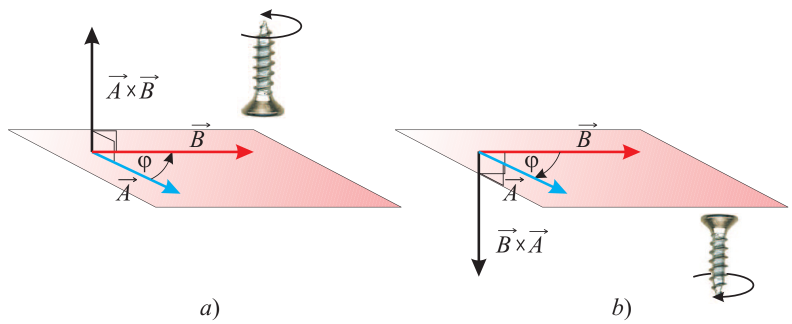
Iz jednačina (1.22) i (1.23) vidi se da je šest sabraka koji sadrže proizvode različitih jediničnih vektora jednako nuli tako da se dobija

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z. \tag{1.24}$$

Skalarni proizvod dva vektora jednak je zbiru proizvoda njihovih odgovarajućih komponenti.

1.10.2 Vektorski proizvod

Vektorski proizvod dva vektora $\vec{A}$ i $\vec{B}$ označava se krstićem između vektora: $\vec{A} \times \vec{B}$.[21] U cilju definisanja vektorskog proizvoda zgodno je opet dovesti početke posmatranih vektora u istu tačku (slika 1.20(a)). Činjenica da dva vektora pri tome određuju ravan istaknuta je na slici. Vektorski proizvod vektora $\vec{A}$ i $\vec{B}$ definiše se kao vektorska veličina čiji pravac je normalan u odnosu na ravan u kojoj leže vektori $\vec{A}$ i $\vec{B}$. Intenzitet ovog vektora jednak je $AB \sin \varphi$.



Slika 1.20: Vektorski proizvod (a) $\vec{A} \times \vec{B}$ i (b) $\vec{B} \times \vec{A}$ određen pravilom desnog zavrtnja.

U pravcu normalnom na ravan u kojoj leže vektori $\vec{A}$ i $\vec{B}$ postoje dva smera. Pravilo izbora smera koji odgovara vektorskom proizvodu $\vec{A} \times \vec{B}$ je sledeće: Vektor $\vec{A}$ treba zarotirari, oko ose ortogonalne na oba vektora, dok god se njegov pravac ne poklopi sa pravcem vektora $\vec{B}$ birajući manji od dva

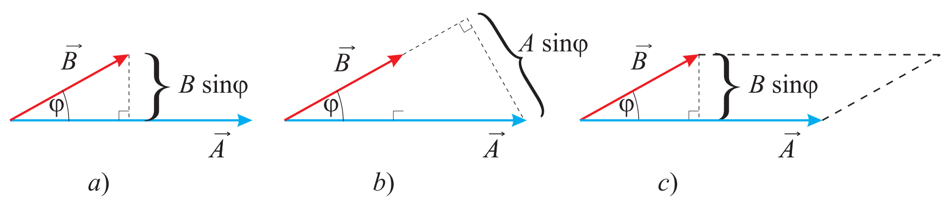
[21] Pomoću vektorskog proizvoda kasnije će biti definisani moment sile i moment impulsa.

moguća ugla između vektora (ugao φ na slici). Smer vektorskog proizvoda se u tom slučaju poklapa sa smerom uvrtanja desnog zavrtnja.

Proizvod $\vec{B}\times\vec{A}$ određuje se na isti način (slika 1.20). Rotacija vektora $\vec{B}$ do poklapanja sa pravcem vektora $\vec{A}$ se vrši za ugao φ. Desni zavrtanj koji se vrti na taj način ima smer na dole, čime je određen smer odgovarajućeg vektorskog proizvoda. Dakle, ukoliko vektori zamene mesta, vektorski proizvod menja svoj smer što znači da vektorski proizvod nije komutativna operacija. Drugim rečima važi:

$$\vec{A}\times\vec{B} = -\vec{B}\times\vec{A}. \tag{1.25}$$

Kao i kod skalarnog proizvoda, moguće je dati odgovarajuću geometrijsku interpretaciju intenziteta vektorskog proizvoda. Sa slike 1.21(a) vidi se da je $B\sin\varphi$ komponenta vektora $\vec{B}$ u pravcu ortogonalnom na pravac vektora $\vec{A}$. Kako je intenzitet vektorskog proizvoda $AB\sin\varphi$ može da se kaže da se on dobija množenjem intenziteta vektora $\vec{A}$ i komponente vektora $\vec{B}$ na pravac koji je ortogonalan pravcu vektora $\vec{A}$. Slično, intenzitet vektorskog proizvoda ova dva vektora može da se prikaže kao proizvod intenziteta vektora $\vec{B}$ i komponente vektora $\vec{A}$ u pravcu ortogonalnom na vektor $\vec{B}$ (slika 1.21(b)).



Slika 1.21: Različiti načini izračunavanja intenziteta vektorskog proizvoda: (a) preko komponente $\vec{B}$ koja je ortogonalna na $\vec{A}$ i (b) preko komponente $\vec{A}$ koja je ortogonalna na $\vec{B}$. (c) Intenzitet vektorskog proizvoda kao površina paralelograma.

Takođe može da se uoči da je intenzitet vektorskog proizvoda dva vektora jednak površini paralelograma konstruisanog nad njima.

Ukoliko su poznate komponenete vektora $\vec{A}$ i $\vec{B}$ moguće je, kao i u slučaju skalarnog proizvoda, izraziti vrednost vektorskog proizvoda posmatranih vektora preko njih. Prvo je neophodno odrediti međusobne vektorske proizvode jediničnih vektora koordinatnih osa $\vec{e}_x$, $\vec{e}_y$ i $\vec{e}_z$. Vektorski proizvodi vektora sa samim sobom su jednaki nuli jer je ugao φ u tom slučaju jednak nuli, odosno važi:

$$\vec{e}_x\times\vec{e}_x = \vec{e}_y\times\vec{e}_y = \vec{e}_z\times\vec{e}_z = \vec{0}. \tag{1.26}$$

Iznad nule u ovoj relaciji nalazi se strelica radi podsećanja da je rezultat vektorskog proizvoda vektor a ne skalar. To znači da se radi o vektoru nultog intenziteta (i komponenti) čija orijentacija u prostoru je neodređena. Imajući u vidu da su uglovi između različitih jediničnih vektora 90^o, kao i da je vektorski proizvod antikomutativan lako se pokazuje da važe sledeće jednakosti:

$$\begin{aligned}\vec{e}_x \times \vec{e}_y &= -\vec{e}_y \times \vec{e}_x = \vec{e}_z \\ \vec{e}_y \times \vec{e}_z &= -\vec{e}_z \times \vec{e}_y = \vec{e}_x \\ \vec{e}_z \times \vec{e}_x &= -\vec{e}_x \times \vec{e}_z = \vec{e}_y.\end{aligned} \tag{1.27}$$

Zapisivanjem vektora $\vec{A}$ i $\vec{B}$ preko komponenti i razvojem dobija se

$$\vec{A} \times \vec{B} = (A_x\vec{e}_x + A_y\vec{e}_y + A_z\vec{e}_z) \times (B_x\vec{e}_x + B_y\vec{e}_y + B_z\vec{e}_z).$$

$$\begin{aligned}&= A_xB_x\vec{e}_x \times \vec{e}_x + A_xB_y\vec{e}_x \times \vec{e}_y + A_xB_z\vec{e}_x \times \vec{e}_z \\ &+A_yB_x\vec{e}_y \times \vec{e}_x + A_yB_y\vec{e}_y \times \vec{e}_y + A_yB_z\vec{e}_y \times \vec{e}_z \\ &+A_zB_x\vec{e}_z \times \vec{e}_x + A_zB_y\vec{e}_z \times \vec{e}_y + A_zB_z\vec{e}_z \times \vec{e}_z.\end{aligned}$$

Uzimanjem u obzir relacija (1.26) i (1.27) i grupisanjem srodnih sabiraka ovaj izraz prelazi u

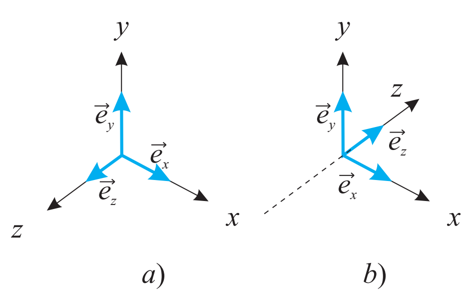
$$\vec{A} \times \vec{B} = (A_yB_z - A_zB_y)\vec{e}_x + (A_zB_x - A_xB_z)\vec{e}_y + (A_xB_y - A_yB_x)\vec{e}_x. \tag{1.28}$$

Komponente vektora $\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B}$ su, prema tome

$$C_x = A_yB_z - A_zB_y, \quad C_y = A_zB_x - A_xB_z, \quad C_z = A_xB_y - A_yB_x. \tag{1.29}$$

Na osnovu toga se zaključuje da vektorski proizvod može da se prikaže i preko determinante

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{e}_x & \vec{e}_y & \vec{e}_z \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}. \tag{1.30}$$



Slika 1.22: (a) Desni i (b) levi koordinatni trijedar.

Od koordinatnog sistema na slici 1.22(a), promenom smera $z-$ose dobija se sistem prikazan na slici 1.22(b). U tom slučaju proizvod jediničnih vektora prve dve ose daje $\vec{e}_x \times \vec{e}_y = -\vec{e}_z$

umesto $\vec{e}_x \times \vec{e}_y = \vec{e}_z$. Nastavi li se izračunavanje vektorskih proizvoda jediničnih vektora osa, dobija se da vektorski proizvod svakog para jediničnih vektora menja znak u odnosu na situaciju koju imamo kod uobičajeno orijentisanih osa. Koordinatni sistemi u kojima je $\vec{e}_x \times \vec{e}_y = \vec{e}_z$ nazivaju se **desni koordinatni sistemi** a oni u kojima je $\vec{e}_x \times \vec{e}_y = -\vec{e}_z$ **levi koordinatni sistemi**.[22] U praksi se najčešće koriste desni koordinatni sistemi.

1.11 Rezime

Zakon. Iskaz veze između posmatranih fizičkih veličina koja je se manifestuje u istom obliku u ponovljenim situacijama.

Model. Uprošćena konceptualna reprezentacija fizičkog sistema ili fenomena.

Materijalna tačka. Model tela u kojem se zanemaruje njegova prostornost i telo zamenjuje tačkom.

Teorija. Eksperimentalno provereno objašnjenje prirodnih pojava iskazano preko bazičnijih procesa i veza.

Naučni metod. Niz sekvenci, od posmatranja do eksperimnetalno proverene teorije, koje se koriste u istraživanju sveta.

Fizička veličina. Fizička karakteristika koja može izmerena i prikazna kao proizvod brojčane vrednosti i merne jedinice.

Red veličine. Numerička vrednost neke veličine zaokružena na najbliži stepen desetice.

Direktno merenje. Merenje prilikom kojeg se rezultat merene veličine direktno očitava sa skale mernog instrumenta.

Indirektno merenje. Na osnovu rezultata direktno merenih veličina sračunavaju se vrednosti traženih fizičkih veličina.

Značajne cifre. Cifre u numeričkoj vrednosti fizičke veličine koje su pouzdano utvrđene.

Skalar. Veličina koja je u potpunosti određena jednim brojem i mernom jedinicom.

Vektor. Veličina za čije je poznavanje potreban broj, jedinica mere i pravac i smer u prostoru.

Intenzitet vektora. Pozitivni skalar pridružen datom vektoru i jednak njegovoj dužini.

[22] Da bi se iz desnog dobio levi sistem dovoljno je okrenuti smer jedne od osa, ne obavezno $z-$ose.

Pomeraj. $\Delta\vec{r}$ (m) Vektor usmeren od početne ka krajnjoj poziciji posmatranog tela. Intenzitet pomeraja jednak je najkraćem rastojanju tačaka početne i krajnje pozicije:

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1.$$

Jedinični vektor. Vektor jediničnog intenziteta i bez dimenzija. Koristi se za definisanje pravca i smera u prostoru.

Komponente vektora i sabiranja vektora. Skalara kojim se množi jedinični vektor radi dobijanja komponentnog vektora datog vektora duž ose na koju se odnosi jednični vektor.

U zapisu vektora $\vec{A}$ preko jediničnih vektora:

$$\vec{A} = A_x\vec{e}_x + A_y\vec{e}_y + A_z\vec{e}_z,$$

A_x, A_y i A_z predstavljaju komponete vektora $\vec{A}$.
Skalarni proizvod. Proizvod dva vektora, $\vec{A} \times \vec{B}$, koji daje skalar. Za dva vektora $\vec{A}$ i $\vec{B}$, između kojih je ugao φ skalarni proizvod je: $\vec{A}\cdot\vec{B} = AB\cos\varphi$.
Vektorski proizvod. Proizvod dva vektora, $\vec{A} \times \vec{B}$, koji daje novi vektor. Ukoliko je ugao između vektora $\vec{A}$ i $\vec{B}$, φ intenzitet vektorskog proizvoda je $AB\sin\varphi$ i jednak je površini paralelograma određenog vektorima $\vec{A}$ i $\vec{B}$. Vektorski proizvod je vektor ortogonalan na ravan u kojoj leže vektori $\vec{A}$ i $\vec{B}$ a smer se određuje pravilom desnog zavrtnja koji rotira prateći rotaciju vektora $\vec{A}$ ka vektoru $\vec{B}$ preko manjeg ugla između njih.

1.12 Pitanja

1. Šta je klasična a šta moderna fizika?

2. Definiši pojmove model, teorija i zakon.

3. Kolika je tvoja visina u centimetrima? Kolika je tvoja težina u njutnima?

4. Kopije među narodnog standarda kilograma, čak i pored redovog održavanja (čišćenja) dobijaju na masi oko 1 μg godišnje. Da li je ovaj efekat od praktičnog značaja? Objasni.

5. Opiši kako bi odredio debljinu jednog papira knjige korišćenjem običnog lenjira. Da li se nešto suštinski novo dobija upotrebom mikrometarskog zavrtnja umesto lenjira?

6. Objasni zbog čega zapremina cilindra visine h i poluprečnika osnove r ne može biti jednaka $\pi r^3 h$.

7. Poluprečnik kružne biciklističke staze je 500 m. Koliki je pomeraj bicikliste kada sa južne strane staze dođe na severnu? Koliki je pomeraj kada napravi pun krug? Objasni.

8. Da li možeš da konstruišeš dva vektora različite dužine čiji je vektorski zbir jednak nuli? Da li postoji neko ograničenje na dužine tri vektora čiji je vektorski zbir jednak nuli?

9. Kao što je poznato vreme teče uvek u istom smeru. Da li iz toga sledi da je vreme vektorska veličina?

10. Da li možeš da pronađeš vektorsku veličinu čiji je intenzitet nula a komponente različite od nule? Objasni. Da li intenzitet vektora može da bude manji od intenziteta svake od njegovih komponenti? Objasni.

11. Ukoliko su $\vec{A}$ i $\vec{B}$ nenulti vektori, da li je moguće da istovremeno i $\vec{A}\cdot\vec{B}$ i $\vec{A}\times\vec{B}$ budu jednaki nuli? Objasni.

12. Da li su sve navedene matematičke operacije moguće: (a) $\vec{A}\cdot(\vec{B}-\vec{C})$, (b) $(\vec{A}-\vec{B})\times\vec{C}$, (c) $\vec{A}\cdot(\vec{B}\times\vec{C})$, (d) $\vec{A}\times(\vec{B}\times\vec{C})$, (e) $\vec{A}\times(\vec{B}\cdot\vec{C})$? Za svaku od navedenih situacija obrazloži odgovor.

13. Koliko godina ćete biti stariji kada prođe 1,00 gigasekunda od sada?

14. Dužina pravougaonog parčeta metala, izmerena običnim lenjirom, iznosi 12 mm. Širina je izmerena mikrometarskim zavrtnjem i dobijeno je 5,98 mm. Vodeći računa o odgovarajućem broju značajnih cifara, za dati komad metala odredi: (a) površinu, (b) odnos širine i dužine, (c) obim, (d) razliku dužine i širine, (e) odnos dužine i širine.

15. Proceni broj reči u ovoj knjizi.

16. Koliko puta trepne očima prosečna osoba tokom svog života?

17. Za vektore prikazane ne slici 1.12 koristeći pravilo nadovezivanja dobiti rezultante nadovezujući vektore u svim preostalim mogućim redosledima.

18. Dva vektora pomeraja $\vec{S}$ i $\vec{T}$ imaju intenzitete $S = 3$ m i $T = 4$ m. Kolika je moguća vrednost intenziteta njihove razlike $(\vec{S}-\vec{T})$?

(i) 9 m; (ii) 7 m; (iii) 5 m; (iv) 1 m;, (v) 0 m; (vi) -1 m.

19. Uredi sledeće vektore po intenzitetu, od najmanjeg do najvećeg: (i) $\vec{A} = 3\vec{e}_x + 5\vec{e}_y - 2\vec{e}_z$; (ii) $\vec{B} = -3\vec{e}_x + 5\vec{e}_y - 2\vec{e}_z$; (iii) $\vec{C} = 3\vec{e}_x - 5\vec{e}_y - 2\vec{e}_z$; (iv) $\vec{B} = 3\vec{e}_x + 5\vec{e}_y + 2\vec{e}_z$.

20. Odredi intenzitet, pravac i smer vektora čije su komponente: (a) $A_x = -8,60$ cm, $A_y = 5,20$ cm, (b) $A_x = -9,70$ m, $A_y = -2,45$ m, (c) $A_x = 7,75$ km, $A_y = -2,70$ km.

21. Dekoncentrisani profesor vozi 3,25 km na zapad, zatim 2,90 km na jug i potom 1,50 km na istok. Odredi intenzitet i pravac i smer rezultujućeg pomeraja koristeći račun preko komponenti vektora. Proveri dobijeni rezultat sabirajući sukcesivne vektore pomeraja.

22. Dva konopca koja vise sa grede, kada je o njih okačen neki teg na njega deluju jednakim silama. Ugao između konopaca je 86°. Ukoliko je

rezultujuća sila kojom konopci deluju na teg 372 N, kolika je sila duž svakog od konopaca?

23. Odredi Dekartove komponente vektora: (a) $\vec{A} = 5,0\vec{e}_x - 6,3\vec{e}_y$, (b) $\vec{A} = 11,2\vec{e}_y - 9,91\vec{e}_x$, (c) $\vec{A} = -15,0\vec{e}_x + 22,4\vec{e}_y$, (d) $\vec{A} = 5,0\vec{B}$, gde je $\vec{B} = 4\vec{e}_x - 6\vec{e}_y$.

24. (a) Da li je vektor $\vec{e}_x+\vec{e}_y+\vec{e}_z$ jediničan vektor? Objasni odgovor. (b) Da li jediničan vektor može da ima neku komponentu čiji je intenzitet veći od jednice? Da li može da ima negativne komponente? Objasni odgovore. (c) Ukoliko je $\vec{A} = a(3,0\vec{e}_x + 4,0\vec{e}_y)$, gde je a konstanta, odredi vrednost a koja će obezbediti da $\vec{A}$ bude jediničan.

25. Gustina vazduha pri standardnim uslovima je 1,29 kg/m^3, pri čemu oko 20% njegove zapremine čini kiseonik. U proseku čovek udahne 1/2 l vazduha pri jednom udisaju. (a) Koliko grama kiseonika čovek udahe tokom jednog dana? (b) Ukoliko bi vazduh koji je udahnut tokom dana bio smešten u rezervoar oblika kocke kolika bi bila dužina njene stranice?

26. Proceni broj atoma u sopstvenom telu. (Pomoć: Krenuti od podataka u vezi najzastupljenijih elemenata u ljudskom telu i njihove mase.)

27. Astronomi često kažu da je broj zvezda u vasioni veći od broja zrnaca peska na svim plažama na Zemlji. (a) Smatrajući da je prečnik tipičnog zrnca peska oko 0,2 mm, proceni broj zrnaca na svim plažama na Zemlji. Pri ovome je dobro konsultovati geografske atlase i izvršiti određena merenja. (b) Smatrajući da tipična galaksija sadrži oko 100×10^{12} zvezda i da postoji više od 100×10^{12} galaksija u poznatom univerzumu, proceniti broj zvezda u njemu. Uporediti rezultata sa onim dobijenom pod (a).